# KWC Phase-field モデルの再結晶問題への適用可能性の検討

Investigations of applicability of KWC phase-field model to recrystallization problem

正高木知弘(神戸大・院)学田中克昌(神戸大・院)正冨田佳宏(神戸大・院)

Tomohiro TAKAKI, Graduate School of Maritime Sciences, Kobe University, Kobe Katsumasa TANAKA, Graduate School of Science and Technology, Kobe University, Kobe Yoshihiro TOMITA, Graduate School of Engineering, Kobe University, Kobe

Key Words: Phase-Field Method, Static Recrystallization, Coupled Model

### 1 緒言

塑性変形した材料を焼きなまして得られる再結晶組 織は、変形組織の影響を強く受けることが知られてい る.そのため、再結晶組織を精度良く予測するために は、変形と再結晶の両プロセスを連続して評価する必要 がある.著者らは文献[1]において、変形組織を結晶塑 性有限要素法により評価し、そこで得られた蓄積エネル ギーと結晶方位を用いて Phase-field 法により再結晶組 織を予測する連成数値モデルを構築した.Phase-field モ デルは、多結晶凝固シミュレーションに多用されている KWC(Kobayashi, Warren, Carter)モデル<sup>(2)</sup>を静的一次 再結晶問題へ一般化している.

多結晶体を表現する Phase-field モデルは, KWC モデ ルと MPF(Multi-Phase-Field)<sup>(3)(4)</sup>モデルが知られてい る.MPF法は一つの結晶方位を一つの phase field 変数 で表すため,無限の結晶方位を考慮するためには膨大な 計算コストを必要とする . また , Chen ら<sup>(3)</sup>の MPF モ デルでは駆動力成長を取り扱うことが困難である.一方, KWC モデルは phase field と結晶方位の 2 つの秩序変数 のみ使用し,駆動力を考えることも容易である.このた め, 文献 [1] では KWC phase-field モデルを採用してい る.しかしながら,最近 MPF シミュレーションを効率 的に行うことを可能とするアルゴリズムが Kim ら<sup>(5)</sup>に よって報告され,さらに  ${
m Steinbach}$  らの  ${
m MPF}$  モデル $^{(4)}$ では interface field の概念を導入し解析領域を粒界上に 限定することが可能であるため, MPF シミュレーション をより高速化することができる.一方, KWC モデルは 粒界エネルギーと粒界モビリティーの方位差依存性の導 入,および3次元問題への拡張が比較的困難であるとい う欠点を有している.

本研究では,文献[1]で構築した解析手順において, SteinbachらのMPFモデル<sup>(4)</sup>を用いる再結晶数値モデ ルを構築し,KWCモデルの結果と比較を行い,KWC phase-fieldモデルの再結晶問題への適用性について検討 を行う.MPF数値シミュレーションにおいては,Kimら の手法<sup>(5)</sup>をより高精度化したアルゴリズムを導入する.

# MPF モデルと解析手順

Steinbach らが提案した Interface field の概念を用いた MPF モデルにおいて, phase field  $\phi_i$  の時間発展方程式

#### は次のように表される.

$$\dot{\phi}_{i} = -\sum_{j=1}^{n} \frac{M_{ij}^{\phi}}{n} \left[ \sum_{\substack{k=1\\ k=4}}^{n} \left\{ (W_{ik} - W_{jk}) \phi_{k} + \frac{1}{2} \left( a_{ik}^{2} - a_{jk}^{2} \right) \nabla^{2} \phi_{k} \right\} \\ - \frac{8}{\pi} \sqrt{\phi_{i} \phi_{j}} \Delta E_{ij} \right]$$
(1)

ここで, $W_{ij}$ はエネルギー障壁, $a_{ij}$ は勾配係数, $M_{ij}^{\phi}$ は モビリティーであり,それぞれ次式により界面幅 $\delta$ ,界 面エネルギー $\gamma_{ij}$ ,粒界モビリティー $M_{ij}$ に関係付ける ことができる.

$$W_{ij} = \frac{4\gamma_{ij}}{\delta}, \ a_{ij} = \frac{2}{\pi}\sqrt{2\delta\gamma_{ij}}, \ M^{\phi}_{ij} = \frac{\pi^2}{4\delta}M_{ij} \quad (2)$$

また, $\Delta E_{ij}$ は蓄積エネルギーであり,変形粒-変形粒お



Fig. 1 Crystal orientation distribution at 50% compression and computational domain for MPF simulation



Fig. 2 Created initial grain structure for MPF simulation



Fig. 3 Crystal orientation and recrystallized grains for X = 20, 40, 60 and 80 % (KWC model)

よび再結晶粒 - 再結晶粒の粒界では $\Delta E_{ij} = 0$ ,変形粒 -再結晶粒の粒界では $\Delta E_{ij} = E_{store}$ としている. $E_{store}$ は結晶塑性解析から算出される蓄積エネルギーである. 式1中nはinterface fieldの数であり,粒内でn = 1,粒 界でn = 2,三重点でn = 3となる.ここで,n = 1の 領域は数値解析を行う必要が無いため,解析領域内の粒 界の割合が小さくなるほど数値シミュレーション速度は 速くなる.

文献 [1] で構築した変形 - 粒成長の連成解析の手順は 次の通りである.

- 結晶塑性有限要素法による多結晶体の変形シミュ レーション.
- 蓄積エネルギーと結晶方位の Phase-field 差分格子 へのデータマッピングと蓄積エネルギーの平滑化, および核生成条件の決定.
- 3. 再結晶粒成長過程の Phase-field シミュレーション .

MPF モデルを用いる場合も同様の手順であるが,手順3 において変形粒の多結晶構造を前もって作成する必要が ある.結晶塑性解析では,三角形要素を用いた有限要素 シミュレーションを行っているため,ここでは三角形要素 毎に phase field  $\phi_i$  を割り振る.図 1 は文献 [1] で行った 23 定型粒を有する材料を 50% 圧縮した際の結晶方位分布 を示している.ここで,図中の正方形領域を Phase-field シミュレーションの対象とし,図1の下側に結晶方位, 蓄積エネルギー,高角粒界の分布を示している.この領 域内には 627 個の三角形要素があるため, 同数の phase field  $\phi_i$  を用いる.まず,三角形要素の重心に各 phase  $field \phi_i$ の核を置き,一定駆動力の下で通常の粒成長シ ミュレーションを行い,初期多結晶体を生成する.この 場合,隣接する三角形によっては同じ方位を有する場合 もあるが,本モデルは粒界エネルギー零も表現できるた め,作業を簡素化するために三角形要素毎に pahse field を持たせている.この結果得られた初期粒構造を,図2 に粒界と結晶方位の分布により示している.図1(a)に白 い点で35個の再結晶核の配置位置を示している.

#### 3 シミュレーション結果

図1と図2の結果に基づき,再結晶粒成長 Phase-field シミュレーションを行う.図3~5は再結晶分率X = 20, 40,60,80%時の結晶方位と再結晶領域を示している. 図3は KWC モデルによる結果である.KWC モデルで は、変形材中の方位は考えないため<sup>(1)</sup>,変形材中の方位 は示していない.図3より,円形状の再結晶核が成長し, 衝突して再結晶粒界を形成していることがわかる.図4



Fig. 4 Crystal orientation and recrystallized grains for X = 20, 40, 60 and 80 % (MPF model)



Fig. 5 Crystal orientation and recrystallized grains for X = 20, 40, 60 and 80 % (MPF model without misorientation dependency)

は粒界における方位差を次式により導入した MPF モデ ルの結果である.

$$\gamma \left( \Delta \theta \right) = \gamma_m \frac{\Delta \theta}{\Delta \theta_m} \left( 1 - \ln \frac{\Delta \theta}{\Delta \theta_m} \right) \quad \dots \quad (3)$$
$$M \left( \Delta \theta \right) = M_m \left[ 1 - \exp \left\{ -5 \left( \frac{\Delta \theta}{\Delta \theta_m} \right)^4 \right\} \right] \quad \dots \quad (4)$$

ここで、 $\Delta \theta$  は方位差、 $\Delta \theta_m = 15^\circ$ 、 $\gamma_m \& M_m$  は高 角粒界における粒界エネルギーと粒界モビリティーを示 している、図 5 は  $\gamma$  ( $\Delta \theta$ ) =  $\gamma_m$ , M ( $\Delta \theta$ ) =  $M_m$  の場合 の MPF シミュレーションの結果である.いずれの結果 も、再結晶領域は同様に変化していることがわかる. 方、再結晶領域内の結晶方位つまり再結晶組織には違い が確認できる、例えば、領域右上のA で示される再結晶 粒は、図 3 と図 5 では同様な成長をするのに対して、図 4 では周りの再結晶粒の成長が早くなり、再結晶領域の 内部に取り残されている、詳細な考察は発表当日行う.

## 参考文献

- 高木知弘,山中晃徳,比嘉吉一,冨田佳宏,機論,73 A(2007),482-489.
- (2) J. A. Warren, R. Kobayashi, A. E. Lobkovsky, W. C. Carter, Acta Mater., 51 (2003), 6035 – 6058.
- L.-Q. Chen, W. Yang, Phys. Rev. B, 50 (1994), 15752 - 15756.
- (4) I. Steinbach, F. Pezzolla, Physica D, 134 (1999), 385 - 393.
- (5) S. G. Kim, D. I. Kim, W. T. Kim, Y. B. Park, Phys. Rev. E, 74 (2006), 061605-1 – 061605-14.