

# ポリマーの球晶形成 Phase-field シミュレーション

Polymer Spherulite Growth Simulation by Phase-Field Method

○ 学 朝西 誠 (神戸大・院) 正 高木 知弘 (神戸大・院)  
正 富田 佳宏 (神戸大・院)

Makoto ASANISHI, Graduate School of Sciences & Technology, Kobe University, Nada, Kobe, 657-8501  
Tomohiro TAKAKI, Graduate School of Maritime Sciences, Kobe University, Higashinada, Kobe, 658-0022  
Yoshihiro TOMITA, Graduate School of Engineering, Kobe University, Nada, Kobe, 657-8501

The establishment of a coupled numerical model that enables us to simulate spherulite formations and to evaluate their mechanical behavior continuously for crystalline polymers is our ultimate goal. In this paper, we focus our attention on the formation process of spherulite and the establishment of a spherulite growth model. As a numerical model, the phase-field method is employed here. In the crystallization process of polymers, viscosity and supercooling play an important role in the formation of microstructures. Here, we introduce the viscosity effect as the degree of molecular alignment at the solid-liquid interface. In this model, we employ three order parameters: phase field, which distinguishes between solids or liquids; crystallographic orientation, which characterizes the growth direction of lamellae; and temperature. The effects of viscosity and supercooling on the formed microstructural morphology are investigated by performing a series of numerical simulations.

**Key Words :** Polymer Spherulite, Solidification, Phase-Field Method

## 1 緒言

結晶性高分子材料を強度材として使用するためには、ミクロからメゾ領域にわたる構造と変形を考慮したマルチスケールモデルの構築とそれによる変形挙動の解明が重要である。著者らのグループでは、均質化法に基づく有限要素モデルを構築し、異なる方位を有するラメラ構造がパッチワーク状に集合したメゾ組織や、ラメラが回転を伴って放射状に成長した球晶レベルの変形挙動を明らかにしてきた<sup>(1)(2)</sup>。しかしながら、結晶性高分子材料のメゾ領域に存在する球晶の構造は、溶融状態からの凝固過程における環境因子によって大きく左右されるため、変形挙動の数理モデルの構築にあたり、球晶の形成過程を明らかにすることが重要となる。

本稿では、ポリマーの過冷却凝固を再現可能な Phase-field モデルを構築し、球晶形成に必要な条件、ポリマーの球晶形成過程を数値シミュレーションにより検討する。

## 2 構成式

結晶性ポリマーの球晶形成過程を再現可能な Phase-field モデルを構築する。

次式で表される自由エネルギー汎関数を用いる。

$$F = \int_V \left[ f(\phi, T) + \frac{\varepsilon^2}{2} |\nabla \phi|^2 + p(\phi) s |\nabla \theta| \right] dV \quad (1)$$

ここで、 $\phi$  は固相において  $\phi = 1$ 、液相において  $\phi = 0$  の値をとる phase field で界面領域において滑らかに変化する。また、 $T$  は絶対温度、 $\varepsilon$  は勾配修正係数、 $s$  は正の定数である。式(1)の右辺非積分項の第一項はバルクの自由エネルギー密度を表わし、固相と液相の各単相の自由エネルギー密度  $f_S(T)$ ,  $f_L(T)$  にエネルギー密度関数  $p(\phi)$  を乗じたものと、界面の存在による過剰な自由エネルギー密度の和で表され、次式のように定義される。

$$f(\phi, T) = f_S(T)p(\phi) + f_L(T)(1 - p(\phi)) + Wq(\phi) \quad (2)$$

式(1)の第二項、第三項はそれぞれ固液界面の存在、固相内の隣接する結晶粒間の方位差によって生じる付加的

なエネルギーを示している。

結晶成長における異方性は界面カイネティック係数と界面エネルギー密度の異方性によって表現されるが、本研究では界面エネルギーにのみ異方性を考慮する。これは式(1)の  $\varepsilon$  に方向依存性を持たせることによって表現できる。界面に立てた法線ベクトルと  $x$  軸のなす角度を  $\theta$  とし、勾配修正係数を  $\varepsilon(\theta) = \bar{\varepsilon}[1 + \gamma k(\theta - \psi)]$  とする。ここで、 $\gamma$  は異方性強度、 $k$  は異方性モード、 $\psi$  は結晶の優先成長方向と  $x$  軸の角度を表している。異方性強度が  $\gamma > 1/(k^2 - 1)$  なる条件を満たすと平衡形では表れない角度が存在し解析が不安定になる。このため、その領域では以下の式を用いることで平衡形に現れない角度の存在を許容している。

$$\varepsilon(\theta) = \frac{\varepsilon(\theta_m) \cos \theta}{\cos(\theta_m)} \quad (3)$$

ここで、 $\theta_m$  は平衡形に含まれない領域の最大角度である。

系の状態は式(1)に示す自由エネルギー汎関数の減少率が最大になる経路に沿って変化するとの仮定に基づくと、秩序パラメータ  $\phi$ 、及び  $\theta$  に関する発展方程式は下記のようになる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = M_\phi \left[ \nabla \cdot (\varepsilon^2 \nabla \phi) - \frac{\partial f(\phi, T)}{\partial \phi} - \frac{\partial p(\phi)}{\partial \phi} s |\nabla \theta| \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = M_\theta \nabla \cdot \left[ p(\phi) s \frac{\nabla \theta}{|\nabla \theta|} \right] \quad (5)$$

ここで、 $M_\phi$  は結晶化速度を決定する易動度である。また、 $M_\theta$  は結晶方位の易動度であり、融液の粘性力の関数で与えられる。この易動度の比  $M_\theta/M_\phi$  により球晶の二次核形成、すなわち界面における枝分かれの割合が決定する<sup>(3)</sup>。

また、式(4)の右辺第二項は次式によって与えられる。

$$\frac{\partial f}{\partial \phi} = -4W\phi(1 - \phi) \left\{ \phi - \frac{1}{2} + \beta(T) + a\chi \right\} \quad (6)$$

ここで,  $a$  はノイズの振幅,  $\chi$  は  $[-1, 1]$  のノイズである。  $\beta(T)$  は次式で与えられる熱力学的駆動力である。

$$\beta(T) = -\frac{15L}{2W} \frac{(T-T_m)}{T_m} \phi(1-\phi) \quad (7)$$

ここで,  $L$  は潜熱,  $T_m$  は融点温度を表している。

本研究では, 式(6), (7)に加えて, 下記の潜熱を考慮した熱伝導方程式を連成させて解析を行う。

$$c \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T + \frac{\partial p(\phi)}{\partial \phi} L \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (8)$$

ここで,  $c$  は比熱,  $\kappa$  は熱伝導率を表している。

### 3 解析モデル

駆動力及び易動度  $M_\phi$  と  $M_\theta$  の関係が形態形成に及ぼす影響と球晶形成過程を考察するため, 格子サイズ  $\Delta x = \Delta y = 10\text{nm}$  とした凝固解析を行った。数値解析手法としては, 差分法を用いている。初期の液相内の方位分布はランダムに与えており, 境界条件は解析領域端部において零ノイマン条件とした。また, 物性値として PE の材料定数<sup>(4)(5)</sup> を用いる。

### 4 解析結果

Fig.1 は, 駆動力と結晶形態の関係を示す。ここでは, 解析領域  $4\mu\text{m} \times 4\mu\text{m}$  の正方形領域を対象に, 中心を核形成サイトとして解析した。異方性モード  $k = 4$ , 異方性強度  $\gamma = 0.03$  としている。各図中の  $\Delta$  は過冷却度を  $\Delta T$  とした時,  $\Delta = \Delta T \times (c/L)$  から求まる無次元化過冷却度である。また, 結晶方位  $\theta$  は  $(k/2\pi)$  を乗じることで正規化している。Fig.1 から  $\Delta$  が小さい場合, 成長は拡散律速であり, 温度場の揺らぎにより, デンドライトが形成されていることが確認できる。また,  $\Delta$  が大きい場合, 成長は界面律速となり, 円形に近い形態となり, 結晶化速度も速くなっていることがわかる。また、 $\Delta$  が小さい場合, 結晶化速度が遅くなるため界面における配向時間が十分あり, 二次核形成が起こりにくいことがわかる。一方,  $\Delta$  が大きい場合, 界面の移動速度が速く, 配向の時間が十分でないため, 二次核形成を引き起こしやすくなる。以上の結果より, 球晶形成において駆動力が結晶形態に大きく影響を及ぼしていると結論づけられる。

Fig.2 は  $\Delta = 1.0$  下での易動度と結晶形態の関係を示す。異方性モード, 異方性強度は Fig.1 と同じである。 $M_\theta$  が小さいと界面での配向速度が遅くなるため, 二次核形成が生じ構造内部が微細な組織になることがわかる。 $M_\theta$  が大きくなるにつれ, 配向速度が速くなるため, 二次核形成が起こりにくいことがわかる。以上の結果より, 配向速度と結晶化速度の関係, すなわち二次核形成が結晶の微視組織に大きく影響を及ぼしていることがわかる。

次に異方性モード  $k = 2$  とし, 異方性強度を  $\gamma = 0.0 \sim 0.8$  まで変化させてラメラの異方性を検討した。その結果を Fig.3 に示す。ここでは, 解析領域  $6\mu\text{m} \times 6\mu\text{m}$ ,  $\Delta = 1.0$ ,  $M_\theta = 230M_\phi$  としている。異方性が弱い場合, 成長過程において二次核形成を引き起こすが, 界面での枝分かれが生じにくいことが確認できる。一方, 異方性強度が強い場合, 二次核形成が生じるにつれて枝分かれが引き起こることがわかる。また, 異方性を導入することで, 球晶の微視構造が変化する。 $\Delta = 1.0$  と駆動力が大きいために, 界面における枝が空間を埋め尽くすように成長し, 結晶が円形に近い形態になっていく様が確認できる。Fig.3(c) のような球晶形成過程は実験観察<sup>(6)</sup> でも報告されており, 板状のラメラ構造を持つポリマーに特有な形成過程である。以上の結果から, 異方性モード  $k = 2$ , 強い異方性を導入することで, ポリマーの球晶形成過程を再現可能にした。他の結果や詳細な考察については講演にて発表する。

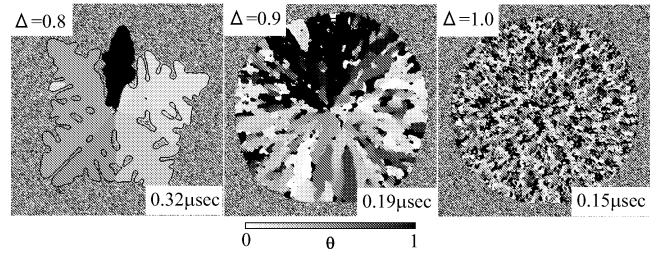


Fig. 1 Effect of driving force on morphology and crystal orientation.

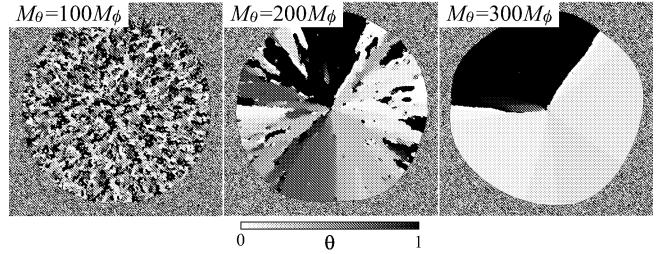


Fig. 2 Effect of mobility ratio on crystal orientation ( $t=0.15\mu\text{sec}$ ).

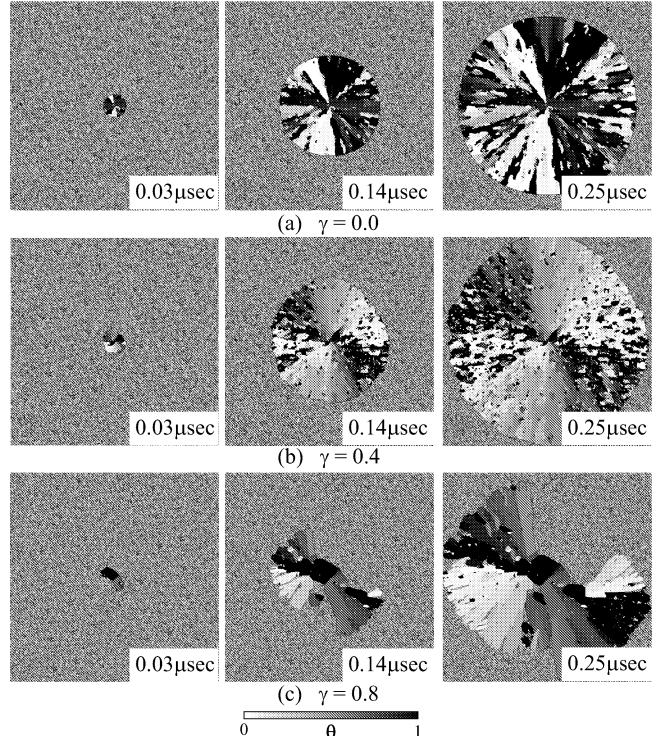


Fig. 3 Effect of anisotropic strength on morphology and microstructure.

### 参考文献

- (1) Tomita, Y. and Uchida, M., *Int. J. Mech. Sci.*, **47**, 687-700, (2005).
- (2) Tomita, Y. and Uchida, M., *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, **10**, 3, 239-248, (2005).
- (3) László, G., Támas, P., György, T., James A, W. and Jack F, D., *Phys. Rev. E*, **72**, 011605, (2005).
- (4) Thein, K., Rujul, M. and Hao-Wen, C. *Phys. Rev. E*, **61**, 4161-4170, (2000).
- (5) Hoffman, J. D. and Miller, R. J., *Polymer*, **38**, 3135-3212, (1997).
- (6) Yu-Guo, L., Chi-Ming, C., Yong, W., Kai-Mo, N., Yong, J. and Li, L., *Polymer*, **44**, 4673-4679, (2003).